

Integral

Vertin Go

October 2017

1 Trapezoidal rule

Pour un domaine discrétisé en N intervals équidistants, une simplification considérable peut se produire.

Soit $\Delta x_k = \Delta x = \frac{b-a}{N}$ $\Delta x_k = \Delta x = \frac{b-a}{N}$

l'approximation de l'intégrale devient:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{\Delta x}{2} \sum_{k=1}^N (f(x_{k-1}) + f(x_k))$$

$$\rightarrow f(x_0) = f(a) + f(b)$$

$$= \frac{\Delta x}{2} (f(x_0) + 2 \sum_{k=1}^{N-1} f(x_k) + f(x_N))$$

$$= \frac{\Delta x}{2} (f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + 2f(x_3) + \dots + 2f(x_{N-1}) + f(x_N))$$

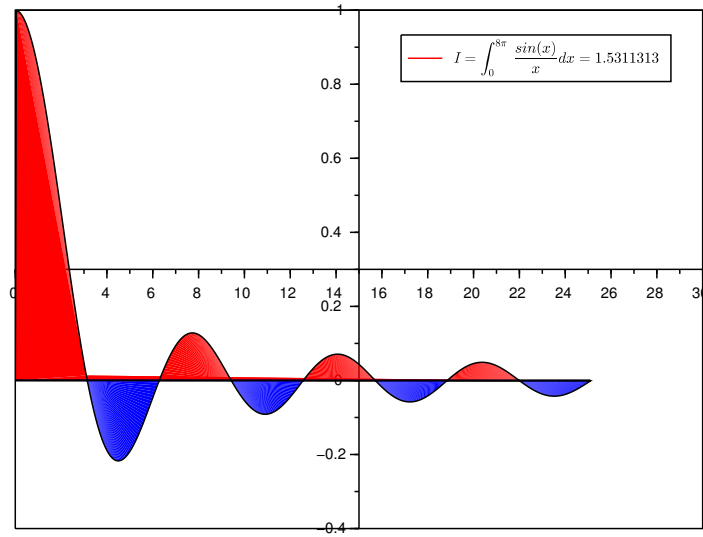
ce qui nécessite moins d'évaluations de la fonction à calculer.

2 Simpson rule

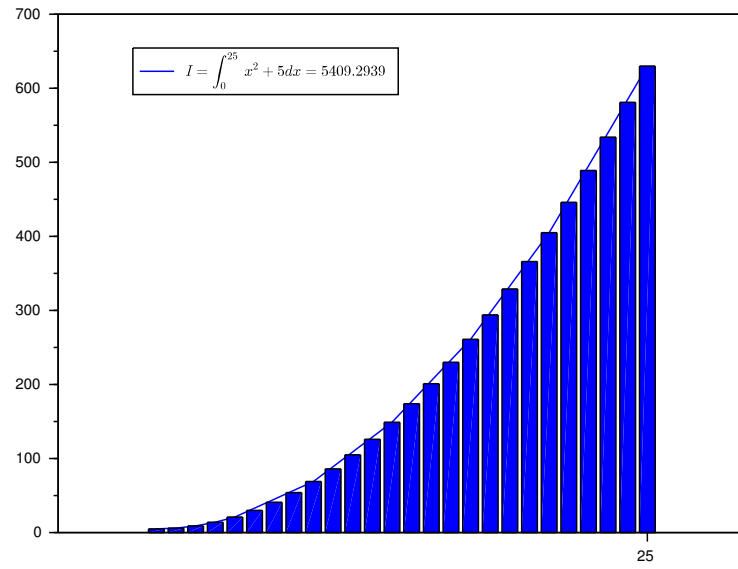
En analyse numérique, la règle de Simpson est une méthode d'intégration numérique, l'approximation numérique d'intégrales définies. Plus précisément, c'est l'approximation suivante:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6} (f(a) + 4f(\frac{a+b}{2}) + f(b)),$$

3 Exemples



$$I = \int_0^{8\pi} \frac{\sin(x)}{x} dx = 1.5311313$$



$$I = \int_0^{8\pi} x^2 + 5 dx = 5409.2939$$