

# Moindres Carres

Vertin Go

October 2017

## 1 Introduction

D'après les données statistiques suivantes on souhaiterait prévoir le chiffre d'affaire de l'année 6! Pour cela on dispose des chiffres d'affaires des cinq dernières années:

- . Année 1 : 2010 = 300 000
- . Année 2 : 2011 = 450 000
- . Année 3 : 2012 = 500 000
- . Année 4 : 2013 = 525 000
- . Année 5 : 2014 = 630 000

On veut prévoir le Chiffre d'affaire en 2015.

### 1. L'ajustement linéaire

On part du principe que les ventes évoluent de manière linéaire. Il est possible de trouver l'équation de la droite ( $Y=aX+b$ ). Grâce à cette équation on calcule les ventes des années suivantes.

Années

x=1(2010)

x=2(2011)

x=3(2012)

x=4(2013)

x=5(2014)

X = 6 ?

Ventes

300 000

450 000

500 000

525 000

630 000

?

1.1. La méthode des points extrêmes(Calcul de la droite de régression linéaire!)

Pour le calcul à la main de la droite de régression linéaire on prend les deux extrêmes c'est à dire:

$$X1 = 1 \text{ (année 1)}$$

$$X2 = 5 \text{ (année 5, car c'est le dernier point dont on connaît le CA)}$$

$$Y1 = \text{Ventes de l'année 1 soit } 300\,000$$

$$Y2 = \text{Ventes de l'année 5 soit } 630\,000$$

On soustrait les deux équations pour trouver "a":

$$Y2 = aX2 + b \rightarrow 630000 = 5a + b$$

$$Y1 = aX1 + b \rightarrow 300000 = 1a + b$$

=

$$330000 = 4a$$

$$\text{Soit } 4a = 330\,000 \rightarrow a = 82500$$

On applique le "a" trouvé (82 500) dans l'équation Y1 pour trouver "b"

$$Y1 = aX1 + b \rightarrow 300000 = (82500x1) + b$$

$$b = 300000 - 82500$$

$$b = 217500$$

**L'équation de la droite est maintenant trouvée:**

$$Y = 82500X + 217500$$

Il est maintenant facile de prévoir les ventes de l'année 6 en posant l'équation:

$$Y(\text{ventes}) = 82\,500 \times 6 + 217\,500 = 712\,500$$

### 1.3. La méthode des moindres carrés

Dans ce cas, la droite d'ajustement est celle qui est la plus proche de l'ensemble des points. Elle minimise donc les écarts. 1. Faire le tableau suivant:

Xi (années)	Yi (ventes)	XiYi	Xi <sup>2</sup>
1	300 000	300 000 (300 000 x 1)	1 (1 x 1)
2	450 000	900 000 (450 000 x 2)	4 (2 x 2)
3	500 000	1 500 000 (500 000 x 3)	9 (3 x 3)
4	525 000	2 100 000	16
5	630 000	3 150 000	25
Somme	2 405 000	7 950 000	55

$$a = \frac{[\text{Somme}(XiYi) - (\text{Nombre d'années} * Xi(\text{Moyenne}) * Yi(\text{Moyenne}))]}{[\text{Somme}(Xi^2) - (\text{Nombre d'années} * Xi(\text{Moyenne}) * Xi(\text{Moyenne}))]}$$

$$\text{Nombre d'années} = 5$$

$$Xi(\text{Moyenne}) = 15/5 = 3$$

$$\begin{aligned} Y_i(\text{Moyenne}) &= 2\,405\,000 / 5 = 481\,000 \\ \text{Somme}(X_i Y_i) &= 7\,950\,000 \\ \text{Somme}(X_i^2) &= 55 \end{aligned}$$

2. En déduire l'équation:

$$\begin{aligned} a &= 7\,950\,000 - (5 \times 3 \times 481\,000) / 55 - (5 \times 3 \times 3) \\ &= 735\,000 / 10 \\ &= 73\,500 \end{aligned}$$

$$b = 481\,000 - (73\,500 \times 3) = 260\,500$$

**L'équation de la droite est maintenant trouvée:**  $Y = 73\,500 X + 260\,500$

Il est maintenant facile de prévoir les ventes de l'année 6 en posant l'équation:

$$Y(\text{ventes}) = 73\,500 \times 6 + 260\,500 = 701\,500$$